Marcin Klimek

HARMONOGRAMOWANIE PROJEKTU ZE ZDEFINIOWANYMI KAMIENIAMI MILOWYMI

Słowa kluczowe: harmonogramowanie projektu, kamienie milowe, ter-miny zakończenia.

Wstęp

W ostatnich latach powstaje wiele prac z harmonogramowania projektu. Zainteresowanie zagadnieniem wynika z szerokiego zastosowania praktycznego. Zarządzanie projektami (przedsięwzięciami) jest coraz częściej stosowane w planowaniu produkcji.

W praktyce przemysłowej produkt finalny, często zależny jest od oczekiwań i specyfikacji odbiorcy, wtedy powszechnie stosowana metoda sterowania tzw. produkcja na magazyn (ang. *MTS – Make-To-Stock*), zastępowana jest produkcją na zlecenie lub konstruowaną na zlecenie (ang. *MTO – Make-To-Order*). *MTS* stosowana jest dla standardowych, znormalizowanych pro-duktów, co do których przewidywalne i powtarzalne są wymagania klientów. Natomiast *MTO* dotyczy wyrobów niestandardowych, wytwarzanych dla odbiorcy indywidualnego, którego wymagania są zmienne i bywają nieprzewidywalne. Każde takie zlecenie produkcyjne powinno być traktowane jako osobny projekt powstający w konsultacji z klientem. Zwłaszcza duże zamówienia produkcyjne muszą być realizowane zgodnie z zasadami stosowanymi przy zarządzaniu projektami[1].

W niniejszej pracy podjęto, najczęściej rozważany w ostatnich latach, problem harmonogramowania projektu z ograniczoną dostępnością zasobów RCPSP (ang. *Resource-Constrained Project Scheduling Problem*).

W artykule zaproponowano matematyczny model RCPSP ze zdefiniowanymi, nieprzekraczalnymi terminami realizacji części zadań. Sformułowano także funkcje celu harmonogramowania nominalnego dla rozważanego problemu.

Sformułowanie problemu

Projekt – to zbiór współzależnych zadań (czynności, operacji) realizowany przy użyciu zasobów dla osiągnięcia przyjętych celów[2]. W problemie RCPSP zasoby (np. pracownicy, maszyny) są odnawialne tzn. ilość zasobu jest stała niezależnie od obciążeń w poprzednich okresach. Między czynnościami występują relacje typu koniec-początek bez zwłoki[3] (ang. *finish-start, zero-lag precedence*).

Problem harmonogramowania projektu z ograniczoną dostępnością zasobów polega na znalezieniu wektora terminów rozpoczęcia (lub zakończenia) dla przyjętego kryterium optymalizacyjnego. Dodatkowo zdefiniowane są następujące warunki ograniczające[4]:

– między czynnościami występują relacje typu koniec-początek bez zwłoki – operacja następna może rozpocząć się bezzwłocznie po zakończeniu operacji poprzedniej (ograniczenia kolejnościowe):

$$s_i + d_i \le s_j; \qquad \forall (i,j) \in E, \tag{1}$$

– w każdym momencie czasu t wykorzystanie zasobów przez czynności nie przekracza wielkości dostępnych (ograniczenia zasobowe):

[1] A. Kostrubiec, Harmonogramowanie projektów – przegląd modeli. Inżynieria Zarządzania Przedsięwzięciami, Gdańsk 2003, s. 33.
[2] M. Klimek, Harmonogramowanie projektów w dynamicznych środowiskach produkcyjnych, Biała Podlaska 2007, t. I, s. 178-179
[3] M. Klimek, P. Łebkowski, Predictive-Reactive Project Scheduling, Kraków 2007, s. 199.
[4] S. Van De Vonder, E. Demeulemeester E., W. Herroelen, R. Leus, The trade-off between stability and makespan in resource-constrained project scheduling, 2006, s. 217

$$\sum_{i \in S_t} r_{ik} \leq a_k; \qquad \forall t, \forall k, \tag{2}$$

gdzie:
s_i – czas rozpoczęcia operacji i (zmienna decyzyjna),
S_t – zbiór zadań wykonywanych w momencie t,
d_i – czas wykonywania operacji i,
a_k – liczba dostępnych zasobów typu k,
r_{ik} – zapotrzebowanie czynności i na zasób typu k,
E – zbiór łuków opisujących zależności kolejnościowe między czynnościami.

W badaniach dotyczących RCPSP najczęściej minimalizowany jest łączny czas trwania całego projektu (ang. *makespan*). Podejmowane jest również zagadnienie terminowej realizacji całego przedsięwzięcia. Określony jest wówczas termin zakończenia wszystkich zadań δ_n, który nie może być przekroczony[5].

W niniejszej pracy proponowane jest podejście, w którym celem jest terminowa realizacja wszystkich etapów projektu. Stosowanie tego podejścia ma praktyczne uzasadnienie: klienci często ustalają z wykonawcą momenty kontroli przebiegu prac tzw. kamienie milowe. Terminowe wykonanie kamieni milowych, zmniejsza ryzyko przekroczenia terminu ostatecznego zakończenia prac. Ewentualne opóźnienia pociągają za sobą zwykle kary umowne. Zastosowanie systemu kamieni milowych w problemie harmonogramowania produkcji z ograniczoną dostępnością zasobów *RCPSP* można sprowadzić do określenia dla części zadań nieprzekraczalnych terminów ich zakończenia[6]:

$$z_i \leq \delta_i; \tag{3}$$

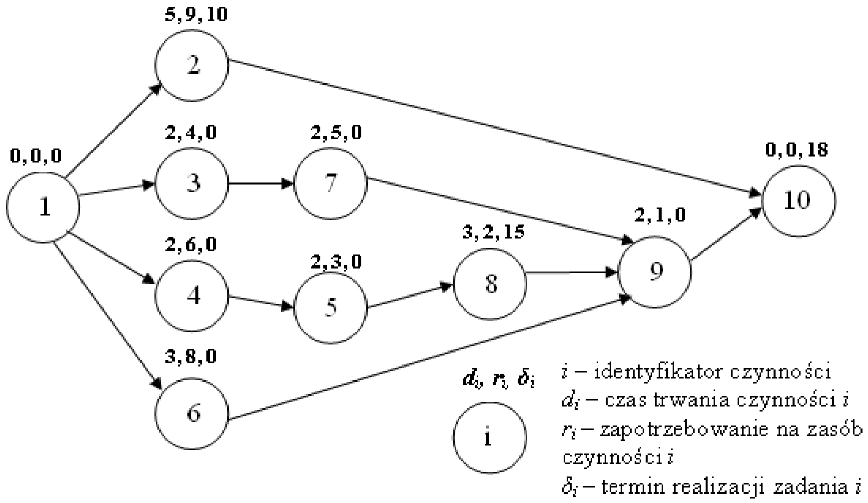
gdzie:
z_i – planowany czas zakończenia czynności i,
δ_i – nieprzekraczalny termin zakończenia czynności i, określony tylko dla czynności związanych z kamieniami milowymi, w szczególności dotyczy to terminu zakończenia projektu δ_n.

Zastosowanie systemu kamieni milowych zmienia właściwości optymalnych uszeregowań. Zostanie to omówione na przykładzie w następnym rozdziale.

Reprezentacja problemu RCPSP dla przykładowego projektu

Przy reprezentacji problemów harmonogramowania projektu wykorzystuje się zapis w formie sieci (grafów). Dla rozważanego problemu RCPSP stosowana będzie sieć AON – tzw. sieć czynności[7], która jest odpowiedniejsza dla problemów harmonogramowania z kryterium optymalizacji czasu. Projekty w sieci czynności reprezentowane są jako acykliczny, spójny, prosty graf skierowany G(V, E), w którym V to zbiór węzłów odpowiadający zadaniom, a E to zbiór łuków opisujących zależności kolejnościowe między zadaniami. Zadania ponumerowane są od 1 do n, w taki sposób, że poprzednik ma zawsze niższy numer od następnika (występuje porządek topologiczny). Dla proponowanego modelu RCPSP ze zdefiniowanymi kamieniami milowymi, do stosowanej w badaniach reprezentacji, dodatkowo dla części zadań (węzłów) zdefiniowano nieprzekraczalny termin realizacji tego zadania (rys. 1).

[5] W. Herroelen, R. Leus, Robust and reactive project scheduling: a review and classification of procedures, 2004, s. 1601.
[6] M. Klimek, P. Łebkowski, Miary odporności harmonogramów, Opole 2008, t. I, s. 574.
[7] A. Kostrubiec A., Harmonogramowanie ..., s. 37.



Rys. 1. Przykładowa sieć typu AON dla projektu z jednym zasobem, z określonymi terminami realizacji części zadań

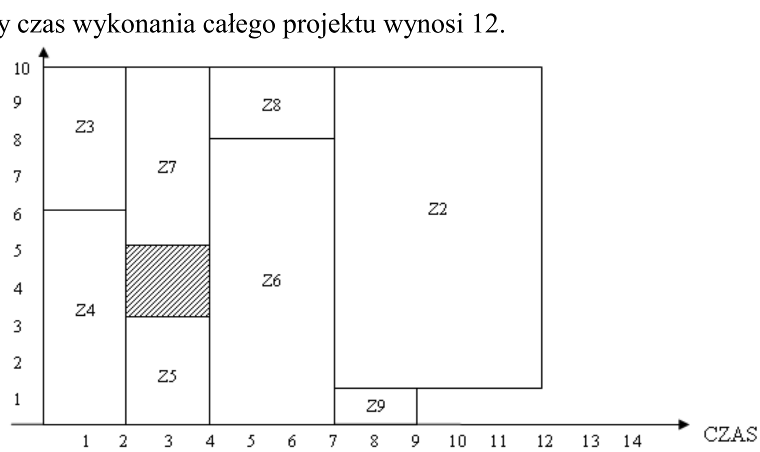
Rozwiązania problemu *RCPSP* prezentowane są w postaci wykresu Gantt'a. Harmonogram minimalizujący czas realizacji projektu z Rys. 1 przy ograniczeniach zdefiniowanych wzorami (1), (2) bez uwzględniania kamieni milowych z rys. 1 przedstawiono na rys. 2. Czas realizacji zadań ze ścieżki krytycznej wynosi 9. Minimalny czas wykonania projektu można wyliczyć na podstawie czasochłonności i zasobochłonności wszystkich zadań w projekcie:

$$\sum_{i=1}^{n} d_i \cdot r_i = 45 + 8 + 12 + 6 + 24 + 10 + 6 + 2 = 112 . \qquad (4)$$

Na tej podstawie minimalny czas realizacji wszystkich zadań wynosi:

$$\left\lceil \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i \cdot r_i}{a} \right\rceil = \left\lceil \frac{112}{10} \right\rceil = 12. \qquad (5)$$

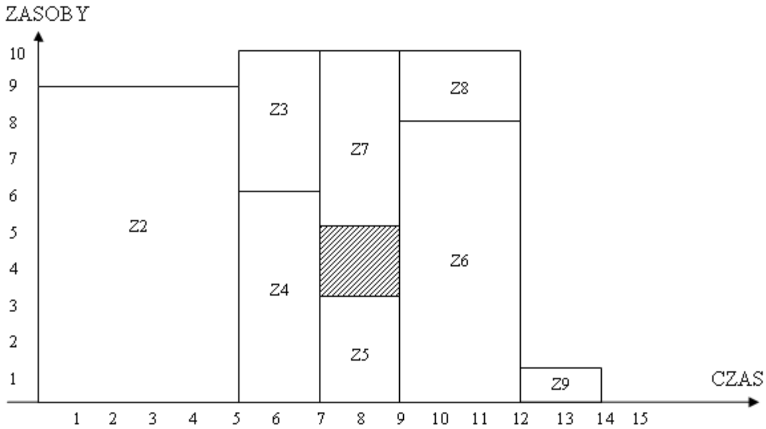
Zatem minimalny czas wykonania całego projektu wynosi 12.



Rys. 2. Harmonogram minimalizujący czas realizacji projektu

Dla harmonogramu uwzględniającego terminy realizacji kamieni milowych z warunkami ograniczającymi określonymi wzorami (1), (2), (3), czas wykonania projektu wynosi co najmniej 14.

Wynika to z konieczności za-kończenia zadania 2 w terminie nieprzekraczalnym ($\delta_2 = 10$). Ze względu na dostępność zasobów, w trakcie realizacji czynności 2 nie może być wykonywana inna czynność poza zadaniem 9, które z kolei może być rozpoczęte najwcześniej w momencie ($t = 7$). Stąd minimalny czas wykonania projektu jest równy sumie czasu trwania zadania 2 i czasu trwania zadań ze ścieżki krytycznej (5 + 9 = 14). Przykładowy harmonogram o czasie realizacji równym 14 przedstawiono na rys. 3.



Rys. 3. Harmonogram uwzględniający nieprzekraczalne czasy realizacji poszczególnych czynności

Harmonogramy zaprezentowane na rys. 2 i rys. 3 pokazują, że konieczne jest zdefiniowane nowej funkcji celu dla modelu ze zdefiniowanymi kamieniami milowymi. Propozycje definicji takiej funkcji zamieszczono
w kolejnym rozdziale.

Funkcja celu dla harmonogramowania projektu ze zdefiniowanymi kamieniami milowymi

Kolejne punkty krytyczne związane z zadaniami, których wykonanie ma określony termin realizacji ($\delta_j \neq 0$) oznaczmy km_i. Niech dla każdego zadania i zbiór KM_i zawiera wszystkie czynności, których wykonanie jest niezbędne do realizacji danego kamienia milowego km_i. Łączny czas potrzebny do wykonania wszystkich czynności z poszczególnych zbiorów KM_i oznaczmy przez tkm_i. Czas ten określić można wzorem[8] (6):

$$tkm_i = \sum_{j \in KM_i} d_j , \qquad (6)$$

Niech pb_i oznacza poziom bezpieczeństwa dla realizacji km_i. Poziom bezpieczeństwa wyznaczyć można wzorem (7):

$$pb_i = \frac{rez_i + \sum_{j \in KM_i} FS_j}{tkm_i} , \qquad (7)$$

gdzie:

rez_i – różnica między nieprzekraczalnym terminem zakończenia δ_j (określonym dla km_i) a najwcześniejszym możliwym terminem realizacji wszystkich zadań ze zbioru KM_i,

FS_j – zapas czasu po czynności j.

Funkcją celu określającą jakość harmonogramu dla problemu z określonymi kamieniami milowymi można zdefiniować wzorem[9] (8).

$$\max\{ \min_{i=1..m} (pb_i) \} , \qquad (8)$$

[8] M. Klimek, P. Łebkowski, Miary ..., s. 574.
[9] M. Klimek, P. Łebkowski, Miary ..., s. 575.

gdzie:
m – liczba kamieni milowych.

Maksymalizacja minimalnego poziomu zabezpieczenia poszczególnych terminów realizacji etapów projektu prowadzi do proporcjonalnego do czasochłonności tkm_i rozłożenia buforów czasowych pomiędzy poszczególne kamienie milowe. Funkcja celu (8) posiada jednak wadę: gdy dla kamienia milowego o minimalnym pb_i nie ma już możliwości dalszego buforowania, zabezpieczanie pozostałych kamieni milowych nie poprawia odporności uszeregowania określonej tym miernikiem.

Odpowiedniejszą funkcją celu, uwzględniającą zabezpieczenie terminów wykonania wszystkich etapów projektu, jest ważona suma poziomu zabezpieczenia kamieni milowych pb_i określona wzorem (9).

$$\max\{\sum_{i=1}^{m} pb_i \cdot wm_i\}, \qquad (9)$$

gdzie:
wm_i – waga przypisana kamieniowi milowemu km_i.

Wartość wagi wm_i zależy od aktualnego poziomu zabezpieczenia kamienia milowego km_i i ustalana jest na podstawie posortowanej rosnąco wg pb_i listy kamieni milowych. Dla przykładu wartość ta może być wyznaczona
w następujący sposób:

- dla kamienia milowego o minimalnym poziomie pb_i przyjmuje się: $wm_i = m;$
- dla kamienia milowego o k-tym pb_i: $wm_i = m - k;$
- dla kamienia milowego o maksymalnym pb_i: $wm_i = 1.$

Wagi przypisane kamieniom milowym wm_i można określić też inaczej, przy czym powinien być spełniony warunek: większa waga wm_i dla mniej zabezpieczonych kamieni km_i.

Stosując funkcję celu określoną wzorem (9) uzyskuje się:

– równomierne rozłożenie buforów bezpieczeństwa według poziomów pb_i osiągane przez odpowiednie ustalenie wag wm_i,

– proporcjonalne do czasochłonności kamienia milowego tkm_i rozłożenie rezerwy czasowej – im większa wartość tkm_i tym większe buforowanie kamienia km_i.

Podsumowanie

W artykule zaprezentowano model harmonogramowania projektu z ograniczoną dostępnością zasobów ze zdefiniowanymi terminami realizacji części zadań związanych z kamieniami milowymi przedsięwzięcia. Zaproponowany model może być bardzo użyteczny przy realizacji dużych zleceń produkcyjnych, konstrukcyjnych czy rozwojowych. Przy realizacji dużego projektu często bowiem określa się punkty kontroli przebiegu prac. Terminowa i rzetelna realizacja kamieni milowych, zmniejsza ryzyko niepowodzenia całego przedsięwzięcia.

Przedmiotem dalszych badań będzie m.in. opracowanie skutecznych algorytmów dla zdefiniowanego problemu, wdrożenie proponowanego modelu przy realizacji rzeczywistych przedsięwzięć.

Streszczenie

W artykule przedstawiono problem harmonogramowania projektu z ograniczoną dostępnością zasobów RCPSP. Zaproponowano model matematyczny problemu, który uwzględnia system kamieni milowych – umownych punktów kontrolnych realizacji projektu.

Dla części zadań (związanych z kamieniami milowymi) określono nie-przekraczalne terminy ich zakończenia Opracowano funkcję celu, która uwzględnia terminy realizacji wszystkich tych czynności.

PROJECT SCHEDULING WITH MILESTONES

Keywords: project scheduling, milestones, due dates

Summary

In article is presented Resource-Constrained Project Scheduling Problem (RCPSP) There is proposed mathematical model which uses the milestones system – system of critical points that are decisive for the project comple-tion.

For some activities (related to the milestones), unsurpassable term of completion is determined. There is defined objective function, taking into consideration the observance of the times of completion of all these activi-ties.

Literatura

1. Herroelen W., Leus R., Robust and reactive project scheduling: a review and classification of procedures, “International Journal of Production Research” 42(8), 2004 s. 1599-1620.
2. Klimek M., Harmonogramowanie projektów w dynamicznych środowiskach produkcyjnych, „Rozprawy Naukowe”. Biała Podlaska 2007, t. I, s. 175-184.
3. Klimek M., Łebkowski P., Miary odporności harmonogramów, W: Komputerowo Zintegrowane Zarządzanie (red.) R. Knosala, Oficyna Wydawnicza Polskiego Towarzystwa Zarządzania Produkcją, Opole 2008, t. I, s. 569-577.
4. Klimek M., Łebkowski P., Predictive-Reactive Project Scheduling, W: Innovations technologies in economics and innovative management (ed.) Duda J. Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne Akademii Górniczo-Hutniczej, Kraków 2007, s. 198-206.
5. Kostrubiec A., Harmonogramowanie projektów – przegląd modeli. Inżynieria Zarządzania Przedsięwzięciami, Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 2003, s. 33-52.
6. Van De Vonder S, Demeulemeester E., Herroelen W., Leus R., The trade-off between stability and makespan in resource-constrained project scheduling, “International Journal of Production Research” 44(2). 2006, s. 215-236.